

Németh László Matematikaverseny, Hódmezővásárhely

2019. március 25.

A 11-12. osztályosok feladatai

Feladatok csak szakközépiskolásoknak

Sz 1. Oldja meg az $x^2 + x \leq 1$ egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

(5 pont)

Sz 2. Egy gépkocsi sebessége vízszintes úton 90 km/h , emelkedőn 75 km/h , lejtőn pedig 100 km/h . A kocsi az A és B települések közötti 405 kilométeres távolságot az egyik irányban $4 \text{ óra } 30 \text{ perc}$, a másik irányban $4 \text{ óra } 45 \text{ perc}$ alatt tette meg. Határozzuk meg, hogy A -tól B felé haladva hány km lejtő, emelkedő, illetve vízszintes szakasz alkotja az utat!

(6 pont)

Feladatok szakközépiskolásoknak és gimnazistáknak

G-Sz 3. Melyik állítás igaz tetszőleges A, B, C halmazokra az alábbiak közül? Válaszát indokolja!

- a) $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$
- b) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$

(6 pont)

G-Sz 4. Igazoljuk (számológép használata nélkül), hogy a $\sqrt[3]{2 - 27\sqrt[3]{25} + 9\sqrt[3]{25^2}} + \sqrt[3]{25}$ kifejezés értéke egész szám! Mennyi ez az érték?

(5 pont)

FORDÍTS!

G-Sz 5. Az ABC háromszög oldalainak hossza $\overline{AB} = 15$, $\overline{AC} = 14$, $\overline{BC} = 13$ egység. Határozza meg az alábbiakat:

- Az A csúcson áthaladó súlyvonal hosszát
- A C csúcshoz tartozó szögfelező hosszát
- A beírt kör sugarának hosszát
- A köré írt kör sugarának hosszát

(16 pont)

G-Sz 6. Határozza meg a p paraméter értékét úgy, hogy a $\sin^2 x + \sin x + p = 0$ egyenletnek pontosan egy gyöke legyen a $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ intervallumon! Adja meg a gyököt a paraméter függvényében!

(11 pont)

Feladatok csak gimnazistáknak

G 7. Oldja meg a

$$\log_{2019} 2018x = \log_{2018} 2019x$$

egyenletet a valós számok halmazán!

(7 pont)

G 8. Béla gondolt n darab (nem feltétlenül különböző) nemnegatív egész számra, a belőlük képezhető összes lehetséges ($2^n - 1$ darab) összeget felírta egy papírlapra és a lapot odaadta Annának. Ha ugyanaz a szám többször fordult elő összegként, annyiszor írta fel, ahányszor előfordult. Meg tudja-e Anna határozni, milyen számokra gondolt Béla?

(Példa: ha Béla az 1,2,2 és 3 számokra gondol, akkor az 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 7, 8 számokat adja oda Annának)

(8 pont)