

## Hódmezővásárhelyi Városi Matematikaverseny

2004. április 5.

### A 9 - 10. osztályosok feladatai

1. Egy cég a 2004. évi költségvetésébe minden hónapra ugyanakkora kiadást tervezett. A tényleges kiadások azonban az év első hónapjában 15, a másodikban pedig 10%-kal magasabbak lettek a tervezettnél. Az eredetileg tervezetthez képest hány százalékkal legyenek alacsonyabbak a költségek a hátralévő 10 hónapban, ha az éves költségtervet tartani akarják?

(4 pont)

2. Oldja meg az alábbi feladatokat számológép és függvénytábla használata nélkül:

a) Mennyi a  $\frac{2004}{1001 \cdot 1005 - 999 \cdot 1003}$  kifejezés pontos értéke?

b) Melyik a nagyobb:  $(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^2$  vagy  $3 - \sqrt{6}$  ?

c) Mennyi a  $(\frac{1}{\sqrt{5} - 2})^3 - (\frac{1}{\sqrt{5} + 2})^3$  pontos értéke?

(6 pont)

3. Adott egy egyenesen három pont: A, O és B (az O pont az A és B között helyezkedik el). Az A és B pontok egy derékszögű háromszög átfogójának végpontjai, az O pedig egy olyan félkör középpontja, amely mindkét befogót érinti.

a) Határozza meg a két befogó hosszát, ha tudjuk, hogy az  $\overline{AO}$  szakasz hossza 9, az  $\overline{OB}$  szakaszé pedig 12 egység!

b) Szerkessze meg a háromszöget, ha adottak az A,O,B pontok (nem feltétlen az a kérdésben szereplő távolságokkal)!

(9 pont)

4. Az  $m$  valós paraméter mely értékei mellett lesz az alábbi egyenletrendszernek pontosan egy valós gyöke? Melyek lesznek ezek a gyökök?

$$x^2 - 8x + 20 = y$$

$$m(y + 5) = x - 4$$

(6 pont)

5. Legyenek  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$  és  $\mathbf{w}$  azok a vektorok, amelyek egy kocka egy adott csúcsából az adott csúcsra illeszkedő oldallapok középpontjaiba mutatnak.

a) Hányadrésze a kocka csúcsa és a vektorok végpontjai által meghatározott tetraéder térfogata a kocka térfogatának?

b) Fejezze ki a kocka többi csúcsába mutató vektorokat  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$  és  $\mathbf{w}$  segítségével!

(6 pont)

6. Felírjuk az összes olyan különböző nyolcjegyű számot, amiben az 1,2, 3 és 4 számjegyek mindegyike pontosan kétszer fordul elő. Mennyi a felírt számok összege?

(6 pont)