

Hódmezővásárhelyi Városi Matematikaverseny

2005. április 11.

A 11 - 12. osztályosok feladatai

1. Hány különböző olyan számötöst lehet az ötös lottón kihúzni, amelyben a kihúzott számok számtani sorozatot alkotnak?

(4 pont)

2. Egy háromszög két oldalegyenesének egyenletei:

$$-3x + 4y - 23 = 0 \text{ és}$$

$$-6x + y + 10 = 0$$

A súlypont koordinátái: $(-\frac{1}{3}, 2)$. Határozza meg a háromszög csúcsainak koordinátáit és a harmadik oldal egyenesének egyenletét!

(6 pont)

3. Egy mértani sorozat első eleme $\frac{9}{128}$, az n-edik eleme $\frac{1}{72}$, az első n elem összege $\frac{55}{1152}$.

Határozza meg a sorozat hányadosát és n értékét!

(6 pont)

4. Egy háromszög oldalai számtani sorozatot alkotnak, a háromszög egyik szöge 120 fokos. Határozza meg az oldalak egymáshoz viszonyított arányát és a háromszög másik két szögét!

(7 pont)

5. Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán:

$$\log_2(2^x - 2) - \log_{\frac{1}{2}}(2^{x+1} + 7) \geq \log_2 30$$

(8 pont)

6. Elemezze az $f(x) = \frac{x}{x - [x]}$ függvényt! Határozza meg a függvény értelmezési tartományát, értékészletét, lokális és globális szélsőértékeit és zéróhelyeit! Az értelmezési tartomány mely intervallumain monoton a függvény? Készítsen vázlatot a függvény grafikonjáról! (Tetszőleges x valós szám esetén $[x]$ az x egészrészét jelenti, ami definíció szerint az x-nél nem nagyobb egészek maximuma)

(8 pont)