

**Hódmezővásárhelyi Városi Matematikaverseny**  
**2006. április 21.**

**A 11 - 12. osztályosok feladatai**

1. Legalább mekkora összeget kell 2007. január elsején évi 6%-os kamatra elhelyeznünk a bankban, ha 2008. január 1-től 10 éven keresztül (az utolsó részletet 2018. január elsején vesszük ki) minden évben 100000 forintot szeretnénk kivenni belőle? A kamatot évente egyszer, az év utolsó napján írják jóvá a számlán. A december 31-i kamatjövőírás és a következő napi kivét közötti töredék-kamat elhanyagolható.

(5 pont)

2. Az ABC háromszög AB oldala 7 egység, a BC oldal 2 egység, a B-ből induló szögfelező hossza pedig 3 egység. Határozza meg a háromszög szögeit és az AC oldal hosszát!

(7 pont)

3. A derékszögű koordináta-rendszerben az A pont koordinátái (-4, -1), a B ponté (5,2). Milyen távol vannak a C(-2,-8) illetve D(3,7) pontok az AB szakasztól? (Pont és szakasz távolságán az adott pontnak a szakasz hozzá legközelebb eső pontjának távolságát értjük).

(8 pont)

4. Bizonyítsa be, hogy egy ABCD konvex négyszög akkor és csak akkor paralelogramma, ha

$$\vec{AB} \circ \vec{AD} + \vec{BA} \circ \vec{BC} + \vec{CB} \circ \vec{CD} + \vec{DA} \circ \vec{DC} = 0$$

( $\circ$  szimbólum két vektor skaláris szorzatát jelöli)

(8 pont)

5. A p valós paraméter mely értéke mellett van az alábbi egyenletnek pontosan egy gyöke a valós számok halmazán?

$$\log_{(x+1)} px = -1$$

(7 pont)

6. Elemezze az

$$f(x) = x + \frac{3}{x}$$

függvényt (értelmezési tartomány, értékkészlet, monotonitás, zéróhelyek, lokális és globális szélsőértékek)! Készítsen vázlatot a függvény grafikonjáról!

(9 pont)