

NÉMETH LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

2006. április 21.

A 9 – 10. osztályosok feladatai

1. Oldja meg az alábbi feladatokat!

a) $100^2 - 99^2 + 98^2 - 97^2 + \dots + 2^2 - 1^2$ (számológép használata nélkül)

b) Bizonyítsa be, hogy ha két szomszédos négyzetszám összegét és szorzatát összeadjuk, négyzetszámot kapunk!

(4 pont)

2. Az ABCD négyzet köré írt körének egy pontja P. Mutassa meg, hogy $PA^2 + PB^2 + PC^2 + PD^2$ összeg értéke állandó, független P választásától!

(4 pont)

3. Egy diáktáborból a strandra dimbes-dombos út vezet. Kerékpáron lefele menet $30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, felfele menet $12 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel lehet haladni. Az út a tábortól a strandig 3 óra 36 percig, a strandtól a táborig 4 óra 48 percig tartott. Milyen messze van a tábor a strandtól?

(6 pont)

4. Hányféleképpen lehet egy 7 fokból álló létra tetejére feljutni, ha egyszerre vagy egy vagy két fokot léphetünk?

(6 pont)

5. Határozzuk meg az $\frac{a+1}{b} = c \cdot \frac{a}{b+1}$ egyenlet egész megoldásait!

(8 pont)

6. ABC egy hegyesszögű háromszög, a $KLMN$ pedig egy olyan téglalap, hogy N az AC szakaszra, K és L pedig az AB szakaszra illeszkedik. Toljuk el a $KLMN$ téglalapot az AC -vel párhuzamosan úgy, hogy M' a BC szakaszra kerül. Így kapjuk a $K'L'M'N'$ téglalapot. Mutassuk meg, hogy CL' és AB metszéspontját az AM és CB metszéspontjával összekötő egyenes merőleges az AB egyenesre!

(8 pont)

JÓ MUNKÁT!