

**NÉMETH LÁSZLÓ VÁROSI MATEMATIKA VERSENY 2008**  
**HÓDMEZŐVÁSÁRHELY**  
**2008. ÁPRILIS 21.**

---

1. Oldja meg a következő egyenletet!

$$\log_4(12 \cdot 2^x + 1) = -x \cdot \log_9 3$$

2. Egy tíztagú társaság az ötös lottón hét szám minden kombinációját megjátszotta egy-egy szelvényen. Mennyi a valószínűsége annak, hogy lesz háromtalálatos szelvényük a lottóhúzáskor? Mennyi haszonra tesznek szert, ha a háromtalálatosokra 17 640 Ft-ot, a kettesekre 1 170 Ft-ot fizetnek és egy szelvény ára 200 Ft.

3. Igazolja, hogy ha  $a > b$  és  $ab = 1$ , akkor  $\frac{a^2 + b^2}{a - b} \geq 2\sqrt{2}$  !

4. Mekkora betétet kell öt éven át minden év elején a bankban elhelyeznünk, hogy évi 20%-os kamat mellett az ötödik év végén ugyanakkora legyen a követelésünk, mintha az első év elején egyszerre 100000 Ft-ot tettünk volna a bankba?

5. Az  $ABC$  egyenlő szárú háromszögben ( $AC$  oldal egyenlő a  $BC$  oldallal) a  $BC$  oldal felezőmerőlegese a  $AB$  oldal egyenesét a  $P$  pontban metszi. Mutassuk meg, hogy

$$R = d(PB) \cdot \operatorname{ctg} \alpha,$$

ahol  $R$  a háromszög köré írt kör sugarát, a  $d(PB)$  a  $PB$  szakasz távolságát,  $\alpha$  az alapon az  $A$  csúcsnál lévő szöget jelenti.

6. Mennyi a tízes számrendszerben felírt

$$1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \dots + 2008 \cdot 2008!$$

szám utolsó 500 számjegyének összege?