

PRÓBAÉRETTSGI • 2004. május

--	--	--	--	--	--	--

# MATEMATIKA

## KÖZÉPSZINT

### JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ



**Formai előírások:**

- A dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől eltérő színű tollal kell javítani, és a tanári gyakorlatnak megfelelően jelölni a hibákat, hiányokat stb.
- A feladatok mellett található téglalapok közül az elsőben a feladatra adható pontszám van, a javító által adott pontszám a mellette levő téglalapba kerül.
- Kifogástalan megoldás esetén elég a megfelelő maximális pontszám beírása a téglalapokba.
- Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy az egyes *részpontszámokat* is írja rá a dolgozatra.

**Tartalmi kérések:**

- Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól *eltérő megoldás* születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit és ennek alapján pontozzon.
- A pontozási útmutató pontjai tovább *bonthatók*. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
- Nyilvánvalóan helyes gondolatmenet és végeredmény esetén maximális pontszám adható akkor is, ha a leírás az útmutatóban szereplőnél *kevésbé részletezett*.
- Ha a megoldásban *számolási hiba*, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
- *Elvi hiba* esetén, egy gondolati egységen belül a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban az elhibázott részt egy újabb részkérdés követi, és a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel mint kiinduló adattal helyesen számol tovább, akkor erre a részre kapja meg a maximális pontot.
- Egy feladatra adott megoldások közül csak egy (a magasabb pontszámú) értékelhető.
- A megoldásokért jutalompont (az adott feladatra vagy feladatrészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont) nem adható.
- A vizsgadolgozat I. részében kitűzött feladatok esetében elég a helyes választ megadni, amennyiben a feladat szövege nem rendelkezik másképp. A javítás során azt az eredményt, illetve megoldást kell figyelembe venni, amit a vizsgázó az erre a célra szolgáló keretbe írt. Ha ott esetleges hibás megoldás áthúzása miatt nem maradt hely a vizsgázó által helyesnek ítélt válasz számára, akkor figyelembe vehető a kereten kívül szereplő helyes válasz is.
- Az olyan részszámításokért, részlépésekért nem jár pontlevonás, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
- Ha a pontozási útmutató a feladat ellenőrzéséért pontot ad, akkor az csak abban az esetben adható meg, ha a vizsgázó valamilyen formában írásban rögzíti az ellenőrzés tényét. (Itt minden elvileg helyes módszer elfogadható.)
- A vizsgafeladatsor II/B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető. A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, melynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani, csak a többi feladatot. Ha ezen előírások alapján a javító számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy a vizsgázó melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a *nem értékelendő feladat automatikusan a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladat lesz*.

## I.

<b>1.</b>		
A szavazók száma: 900.	2 pont	<i>Ha az <math>1200 \cdot 0,75</math> szerepel, de a szorzást rosszul végzi el, akkor 1 pont jár.</i>
<b>Összesen</b>	<b>2 pont</b>	

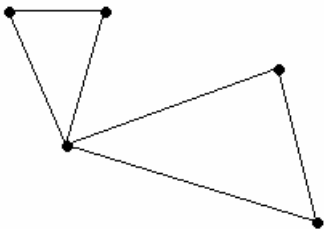
<b>2.</b>		
Az első helyre hárman ülhetnek, a másodikra már csak ketten, a harmadikra pedig egy lehetőség van.	2 pont	<i>Ha csak a szorzatot <math>(3 \cdot 2 \cdot 1)</math> írja le, akkor is jár a két pont. Az összes eset felsorolása is jó indoklás. Ha csak négy vagy öt lehetőséget sorol fel, akkor 1 pont jár.</i>
A lehetséges sorrendek száma: 6.	1 pont	
<b>Összesen</b>	<b>3 pont</b>	

<b>3.</b>		
A függvény értékészlete: $f(x) \geq 3$ .	2 pont	<i>Más jelölés is elfogadható. Ha az egyenlőségjel hiányzik, akkor 1 pont jár.</i>
<b>Összesen</b>	<b>2 pont</b>	

<b>4.</b>		
A felezőpont koordinátái: $F\left(\frac{3}{2}; -1\right)$ .	2 pont	<i>Ha csak az egyik koordináta jó, akkor 1 pont jár.</i>
<b>Összesen</b>	<b>2 pont</b>	

<b>5.</b>		
Az egyenlőtlenség megoldáshalmaza: $[2; 7]$ .	2 pont	<i>Ha más módon adja meg a megoldást, akkor is jár a 2 pont. Ha nyílt vagy félig nyílt intervallumot ad meg, akkor 1 pont jár.</i>
<b>Összesen</b>	<b>2 pont</b>	

<b>6.</b>		
A helyes válasz: B (módusz).	2 pont	<i>Ha több választ is ír, akkor nem jár pont.</i>
<b>Összesen</b>	<b>2 pont</b>	

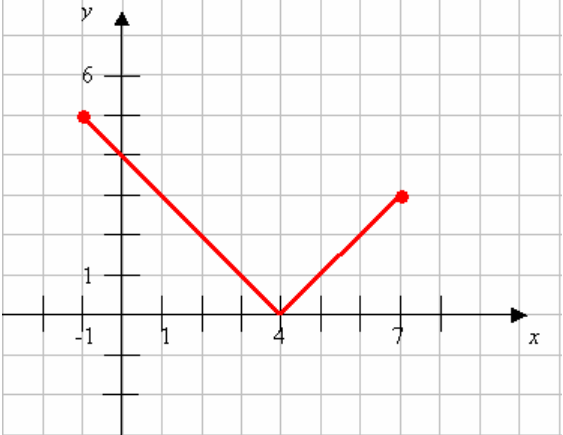
<b>7.</b>		
	2 pont	
<b>Összesen</b>	<b>2 pont</b>	

<b>8.</b>		
A diplomások száma: 40 000.	2 pont	39000 és 42000 közötti értékek elfogadhatók.
<b>Összesen</b>	<b>2 pont</b>	

<b>9.</b>		
a) Ábrázolás számegyenesen.	2 pont	Ha csak a két megadott intervallumot ábrázolja jól, akkor 1 pontot kap.
b) A két intervallum metszete: $[0; 3[$ .	1 pont	
<b>Összesen</b>	<b>3 pont</b>	

<b>10.</b>		
Az állítás tagadása a D válasz.	3 pont	Ha több választ is ír, akkor nem jár pont.
<b>Összesen</b>	<b>3 pont</b>	

<b>11.</b>		
A derékszögű háromszög átfogója: $2 \cdot 8,5 = 17$ .		Thalesz-tétel alkalmazása.
Az átfogó 17 cm.	2 pont	
A befogó: $17^2 - 2,6^2$	1 pont	Pitagorasz-tétel alkalmazása.
A befogó 16,8 cm.	1 pont	
<b>Összesen</b>	<b>4 pont</b>	Ha valamelyik vagy mindkét mértékegység hiányzik, akkor összesen 3 pont jár.

<b>12.</b>		
	3 pont	<i>Ha az <math>x \mapsto x - 4</math> függvényt ábrázolja, akkor 1 pontot kap. Ha a függvényt a megadottnál bővebb intervallumon ábrázolja, akkor 2 pontot kap.</i>
<b>Összesen</b>	<b>3 pont</b>	


## II/A

<b>13.</b>		
<b>a)</b>		
$\frac{90}{120} \cdot 100 = 75\%$	2 pont	<i>Ha csak a végeredményt írja le, akkor is 2 pont jár.</i>
<b>Összesen</b>	<b>2 pont</b>	
<b>b)</b>		
A boltban 1200 Ft-ot kell fizetni.	1 pont	
A piaci bevásárlás $10 \cdot 90 + 40 \cdot 21 = 1740$ Ft-ba kerül.	1 pont	<i>Ha valaki csak 20 km-rel számol, akkor ez a pont nem jár.</i>
Nem érdemes autóval a piacra menni.	1 pont	
<b>Összesen</b>	<b>3 pont</b>	
<b>c)</b>		
$120x > 90x + 840$	1 pont	
$x > 28$	1 pont	
28 kg-nál több alma esetén érdemes a piacra menni.		
<b>Összesen</b>	<b>2 pont</b>	<i>Ha 20 km úttal számol, vagy megengedi az egyenlőséget, akkor is jár a 2 pont.</i>
<b>d)</b>		
A negyedik napra maradt: $200 - 52 - 40 - 68 = 40$ kg alma.	1 pont	<i>Az egyenlőség felírása nélkül is jár a pont.</i>
30% nyereség esetén a bevétel: $200 \cdot 80 \cdot 1,3 = 20\,800$ Ft.	1 pont	
Az eddig eladott mennyiség után a bevétel: $52 \cdot 120 + 40 \cdot 110 + 68 \cdot 100 = 17\,440$ Ft	1 pont	
Ha $x$ forintért adja a megmaradt alma kilóját, akkor: $20\,800 = 17\,440 + 40x$	1 pont	
$x = 84$		
Tehát kilónként 84 Ft-ért kell árulni a megmaradt almát.	1 pont	
<b>Összesen</b>	<b>5 pont</b>	
<b>14.</b>		
<b>a)</b> $x \mapsto 3^x$ ábrázolása.	3 pont	
<b>Összesen</b>	<b>3 pont</b>	
<b>b)</b>		
$2 \cdot 3^x \cdot 3 = 27 - 3^{2x}$	2 pont	
$3^{2x} + 6 \cdot 3^x - 27 = 0$	2 pont	<i>A másodfokú egyenlet felírásáért 4 pont jár.</i>
A másodfokú egyenlet megoldásai:		
Vagy $3^x = 3$ ,	1 pont	
azaz $x = 1$ .	1 pont	
Vagy $3^x = -9$ ,	1 pont	
ebből nem adódik megoldás.	1 pont	
Az eredeti egyenletnek az $x = 1$ megoldása.	1 pont	<i>Ellenőrzés.</i>
<b>Összesen</b>	<b>9 pont</b>	

<b>15.</b>		
<b>a)</b>		
	1 pont	
Az $MDC$ és az $MAB$ háromszögek hasonlóak, mert megfelelő szögek páronként egyenlők:	1 pont	<i>Ha a hasonlóságot nem indokolja, akkor is jár a pont.</i>
$\frac{y}{4,8} = \frac{y+3}{7,2}$	2 pont	
$y = 6$ A $DM$ szakasz 6 cm.	1 pont	<i>Csak a mértékegységgel együtt jár a pont.</i>
<b>Összesen</b>	<b>5 pont</b>	

<b>b)</b>		
A két háromszög hasonlóságának az aránya:		
$\lambda = \frac{4,8}{7,2} = \frac{2}{3}$	1 pont	
A területek aránya:		
$\lambda^2 = \frac{4}{9} = \frac{t_{MDC}}{t_{MAB}}$	2 pont	
$\frac{4}{9} = \frac{t_{MDC}}{t_{MDC} + T}$	1 pont	
$\frac{t_{MDC}}{T} = \frac{4}{5} = 0,8$	2 pont	
A háromszög területe a trapéz területének 80%-a.	1 pont	
<b>Összesen</b>	<b>7 pont</b>	

## II/B

 A 16., 17. és 18. feladatok közül a tanuló által megjelölt feladatot nem kell értékelni.

<b>16.</b>		
<b>a)</b>		
$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{3} + k\pi$	3 pont	<i>Ha nem ír periódust vagy rosszat ír, akkor 1 pont jár.</i>
$x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$	2 pont	<i>Ha nem ír periódust vagy rosszat ír, akkor 1 pont jár.</i>
$k \in Z$	1 pont	
<b>Összesen</b>	<b>6 pont</b>	<i>A fokban megadott értékekért is teljes pontszám jár. Ha vegyesen használja a fokot és a radiánt, akkor maximum 4 pontot kaphat.</i>
<b>b)</b>		
Értelmezési tartomány: $x^2 > \frac{8}{7}$ és $x > \frac{12}{7}$ .	1 pont*	<i>Az első feltétel felírható <math> x  &gt; \sqrt{\frac{8}{7}}</math> formában is, de ha <math>x &gt; \sqrt{\frac{8}{7}}</math> szerepel, akkor ez a pont nem jár.</i>
A logaritmus azonosságának az alkalmazása: $\lg \frac{7x^2 - 8}{7x - 12} = 1$ .	3 pont	
A logaritmus definíciójának alkalmazása: $\frac{7x^2 - 8}{7x - 12} = 10$ .	2 pont	
Rendezve: $7x^2 - 70x + 112 = 0$	2 pont	
A másodfokú egyenlet gyökei: $x = 8$ .	1 pont	
$x = 2$ .	1 pont	
Ellenőrzés.	1 pont*	
<b>Összesen</b>	<b>11 pont</b>	

\*Az értelmzési tartomány vizsgálatáért és az ellenőrzésért összesen 2 pont adható.

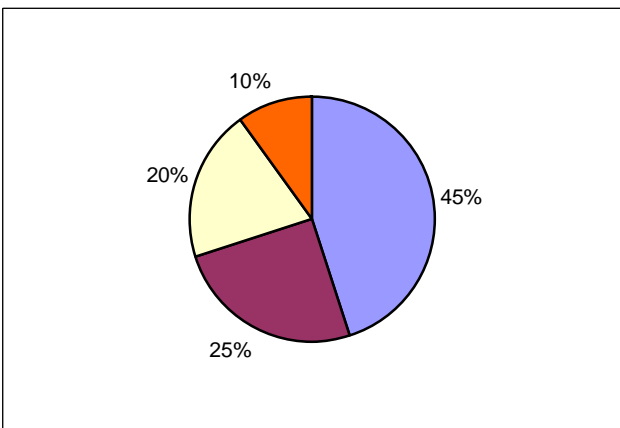
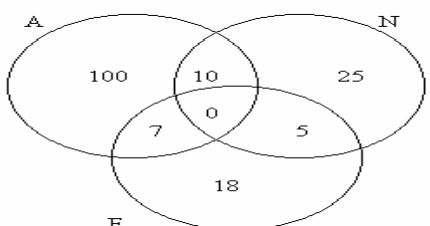
Hiányos értelmzési tartomány és ellenőrzésként azzal való összehasonlítás esetén: 1 pont.

Ha jól állapítja meg az értelmzési tartományt, de az eredményt nem veti össze vele: 1 pont.

Hiányos értelmzési tartomány és behelyettesítéssel való ellenőrzés esetén: 2 pont.

Ha nem vizsgálja az értelmzési tartományt, de behelyettesítéssel ellenőriz: 2 pont.



<b>17.</b>		
<b>a)</b>		
Földrajzból érettségizik: $\frac{54}{120} \cdot 100 = 45\%$ .	1 pont	
Biológiából érettségizik: $\frac{30}{120} \cdot 100 = 25\%$ .	1 pont	
Informatikából érettségizik: $\frac{24}{120} \cdot 100 = 20\%$ .	1 pont	
Kémiából érettségizik: $\frac{12}{120} \cdot 100 = 10\%$ .	1 pont	
A fenti százalékoknak megfelelő középponti szögek:		
45%: $162^\circ$		
25%: $90^\circ$		
20%: $72^\circ$		
10%: $36^\circ$		
	3 pont	<p><i>Ha a kördiagramról nem derül ki, hogy melyik százalékérték vagy melyik tárgy melyik körcikkhez tartozik, akkor csak 2 pont jár. Ha csak a szögértékeket számolja ki, de hiányzik a helyes ábra, akkor 1 pont adható.</i></p> <p><i>Akkor fogadható el az ábra, ha a bejelölt határvonal a helyes megoldás tízes szomszédjai közé esik.</i></p>
<b>Összesen</b>	<b>7 pont</b>	
<b>b)</b>		
A valószínűség: $P(A) = \frac{\text{kedvező esetek száma}}{\text{összes esetek száma}}$ .	1 pont	<i>Ez a pont akkor jár, ha láthatóan ismeri az összefüggést. Az 1 pont akkor is jár, ha utána rossz adatokkal számol.</i>
A keresett valószínűség: $\frac{7}{117}$ .	2 pont	<i>Ha csak ezt írja fel, akkor is jár a 3 pont.</i>
<b>Összesen</b>	<b>3 pont</b>	
<b>c)</b>		
	6 pont	<i>A halmazábrában a hat érték jó beírása 1-1 pontot ér, a három halmaz közös metszétéért nem jár külön pont, annak beírása nélkül is 6 pont.</i>
Összesen $100 + 10 + 7 + 25 + 5 + 18 = 165$ tanuló van nyelvvizsgálója.	1 pont	<i>A logikai szitaformula használata is megfelelő.</i>
<b>Összesen</b>	<b>7 pont</b>	

<b>18.</b>		
<b>a)</b>		
	6 pont	<p><i>A modell megalkotása, jó rajz készítése, a szükséges adatok feltüntetése.</i></p> <p><i>Ha a derékszögeket nem jelöli vagy nem hivatkozik rá, akkor az ábrára maximum 4 pont adható.</i></p>
<b>Összesen</b>	<b>6 pont</b>	
<b>b)</b>		
A $BTC$ derékszögű háromszögben: $\sin 18^\circ = \frac{50}{b}$ .	2 pont	<p><i>Az <math>a</math> és <math>b</math> távolságok kiszámítása nem szükséges, az <math>a = \frac{50}{\sin 18^\circ}</math> és <math>b = \frac{50}{\sin 16^\circ}</math> megadása esetén is maximális pontszám jár.</i></p>
Ebből $b = 161,8$ .	1 pont	
Az $ATC$ derékszögű háromszögben: $\sin 16^\circ = \frac{50}{a}$ .	2 pont	
Ebből: $a = 181,4$ .	1 pont	
Az $ABC$ háromszögben koszinusztétel felírása: $x^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos 85^\circ$ .		
$x^2 = 181,4^2 + 161,8^2 - 2 \cdot 181,4 \cdot 161,8 \cdot \cos 85^\circ$	3 pont	
$x = 232,3$	1 pont	
Az út hossza 232 méter.	1 pont	
<b>Összesen</b>	<b>11 pont</b>	