Hódmezővásárhelyi Városi Matematikaverseny
1999. április 21.
A 9-10. osztályosok feladatai

1. Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán:

$$\left|\frac{3|x|+2}{|x|-1}\right| = 3$$

(6 pont)

2. Alakítsa szorzattá az alábbi kifejezéseket:

a) $x^4 - 12x^3 + 47x^2 - 60x$

b) $ab(x^2 - y^2) + xy(a^2 - b^2)$

(8 pont)

3. Az $ax^2 + bx - c$ másodfokú egyenletben $a,b,c > 0$ és $a^2 = bc$. Bizonyítsa be, hogy ekkor az egyenlet x_1, x_2 gyökeire teljesül az

$$(x_1 + 1)(x_2 + 1) \leq -1$$

egyenlőtlenség. Az a,b,c paraméterek mely értéke mellett lesz az egyenlőtlenség bal oldala maximális?

(6 pont)

4. Szerkessze meg az ABCD négyzetet, ha adott az A csúcsa valamint a BC illetve CD oldalainak egy-egy belső pontja (magát a szerkesztést nem kell elvégezni, elegendő a menetét részletesen leírni). Van-e minden esetben megoldása a feladatnak?

(8 pont)

5. Határozza meg az x,y,z,t természetes számokat, ha tudjuk, hogy $0<x<y<z<t$ és

$$2^x + 2^y + 2^z + 2^t = 1920$$

(10 pont)

6. Egy téglalap oldalainak és átlójának mérőszámai egész számok. Mutassa meg, hogy ekkor a terület mérőszáma 12-vel osztható egész szám!

(12 pont)