Hódmezővásárhelyi Városi Matematikaverseny
2001. április 26.
A 11 - 12. osztályosok feladatai

1. Bizonyítsa be, hogy az n>k természetes számokra $\binom{n-1}{k-1}$ osztható k-val, ha n és k relatív prímek!

   (7 pont)

2. Hogyan aránylik egymáshoz a kocka köré írt gömb sugara, a kockába beírt gömb sugara és annak a gömbnek a sugara, amely a kocka éleit felező pontokon halad át?

   (5 pont)

3. Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

   $$\sin 2x + \sin 4x = \sin 3x$$

   (6 pont)

4. Bizonyítsa be, hogy amennyiben az a, b, c pozitív valós számokra a+b+c=3 teljesül, akkor

   $$\sqrt{4a+1} + \sqrt{4b+1} + \sqrt{4c+1} \leq 7$$

   Fennállhat-e az egyenlőség, ha igen, milyen föltételek mellett?

   (7 pont)

5. Egy háromszög A csúcsának koordinátái (-1,2), a B csúcs koordinátái (3, -4), a BC oldal hossza $\sqrt{26}$ egység, a háromszög területe pedig 13 területegység. Határozza meg a C csúcs koordinátáit!

   (7 pont)

6. Felírjuk a táblára 1-től n-ig a természetes számokat, majd egyet letörlünk közülük. A kapott számok átlaga $\frac{740}{17}$. Mennyi az n és melyik számot töröltük le?

   (6 pont)