

**Hódmezővásárhelyi Városi Matematikaverseny**  
**2002. április 19.**  
**A 11 - 12. osztályosok feladatai**

1. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$2\sqrt{|1 - 2x|} \geq 1 + x$$

(5 pont)

2. Oldja meg az  $x$  ismeretlenre az alábbi egyenletet a valós számok halmazán ( $m$  tetszőleges valós paramétert jelöl):

$$(m-1)10^x + m \cdot 10^{-x} = 2m$$

(6 pont)

3. Az ABCD paralelogramma AB oldalegyenesének egyenlete  $2x+y = 9$ , az AD oldalegyenes egyenlete pedig  $2x-y = 3$ . Tudjuk még, hogy a BC oldalt az  $F(10,1)$  pont felezi. Milyen távolságra van a paralelogramma szimmetriaközéppontja az egyes csúcsoktól?

(7 pont)

4. Elemezze az

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{|2\sin 2x - 1|}}$$

függvényt (értelmezési tartomány, értékészlet, monotonitás, zéróhelyek, lokális és globális szélsőértékek, periódus, aszimptotikus viselkedés)! Készítsen vázlatot a függvény grafikonjáról!

(7 pont)

5. Tetszőleges  $r$  valós számra  $[r]$  jelöli  $r$  egészrészét (a legnagyobb olyan egész számot, ami  $r$ -nél nem nagyobb). Bizonyítsa be, hogy bármely  $x$  valós és  $n$  pozitív egész szám esetén

$$\left[ \frac{[x]}{n} \right] = \left[ \frac{x}{n} \right]$$

(8 pont)

6. Hány olyan különböző háromszög szerkeszthető, amelynek minden oldala (centiméterekben kifejezve) egész szám, területe pedig 2002 centiméter? Nem tekintjük különbözőeknek az egybevágó háromszögeket.

(8 pont)