

Németh László Matematikaverseny, Hódmezővásárhely

2015. március 30.

A 11-12. osztályosok feladatai

Feladatok csak szakközépiskolásoknak

Sz 1. Egy egyenlő szárú háromszög alapjának csúcsai a derékszögű koordinátarendszerben A(2;1) és B(6;5), a C csúcs pedig az x tengelyre esik. Mekkora a háromszög területe és milyen hosszúak az oldalak?

(7 pont)

Sz 2. Az A országban az egy főre jutó nemzeti össztermék (GDP) 30%-kal magasabb, mint a B országban, miközben azonban A-ban csak évi 3% a növekedés, B-ben 6%. Feltéve, hogy a növekedés üteme mindkét országban változatlan marad, hány év elteltével lesz B-ben magasabb az egy főre jutó GDP?

(6 pont)

Feladatok szakközépiskolásoknak és gimnazistáknak

G-Sz 3. Határozza meg az $y = \frac{1}{x^2 - 5x + 6}$ függvény értelmezési tartományát, értékkészletét, továbbá esetleges zéróhelyeit, valamint lokális és globális szélsőértékeit! Jellemezze a függvényt monotonitás szempontjából és készítsen vázlatot a függvény grafikonjáról!

(13 pont)

G-Sz 4. Egy régi vicc szerint az igazi futballistát onnan lehet megismerni, hogy négy árnyéka van¹. Tegyük fel, hogy a 11-es ponton áll egy 190 cm magas játékos. Mekkora lesz a 4 árnyékának hossza összesen, ha tudjuk, hogy a pálya 105 méter hosszú, 68 méter széles, a 4 világítótestet pedig pontosan a pálya sarkai fölött, 40 méter magasan helyezték el? A 11-es pont az alapvonalától 11 méterre, a pálya hosszabbik szimmetriatengelye mentén található.

(10 pont)

G-Sz 5. Egy paralelogramma átlói 6 és 2 egység hosszúak, az átlók által bezárt szög 60 fokos. Határozzuk meg az oldalak hosszát és az általuk bezárt szögeket!

(7 pont)

G-Sz 6. Hány osztója van a $2^{24} - 1$ számnak?

(8 pont)

FORDÍTS!

¹ Labdarúgásban járatlanok kedvéért: esti meccseken a pálya négy sarkán elhelyezett világítótest minden játékos körül négy árnyékot rajzol ki.

Feladatok csak gimnazistáknak

G 7. Bizonyítsuk be, hogy a derékszögű koordináta-rendszerben az $O(\sqrt{2}; \frac{1}{3})$ középpont körül nem rajzolható olyan körvonal, ami egynél több rácsponton² halad át!

(10 pont)

G 8. Oldjuk meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán:

$$\log_3 \log_2 4x^2 + \log_{\frac{1}{3}} \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x} = 1$$

(8 pont)

² Rácspontoknak azokat a pontokat nevezzük, amelyeknek mindkét koordinátájuk egész szám.