

1. Egy mértani sorozat harmadik tagja 50, ötödik tagja 1250. Mennyi a sorozat első hét tagjának összege?

$$a_3 = 50$$

$$a_5 = 1250$$

$$a_5 = a_3 \cdot q^2$$

$$1250 = 50 \cdot q^2$$

$$25 = q^2$$

$$1.\text{eset} : q_1 = 5 \quad a_1 = \frac{a_3}{q^2} = \frac{50}{25} = 2 \quad S_7 = 2 \cdot \frac{5^7 - 1}{5 - 1} = 39062$$

$$2.\text{eset} : q_2 = -5 \quad a_1 = \frac{a_3}{q^2} = \frac{50}{25} = 2 \quad S_7 = 2 \cdot \frac{(-5)^7 - 1}{-5 - 1} = 26042$$

2. Egy mértani sorozat első három tagjának összege 21. A sorozat következő három tagjának összege 168. Határozd meg a sorozat első hat tagját!

$$a_1 + a_2 + a_3 = 21$$

$$a_4 + a_5 + a_6 = 168$$

$$a_1 + a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 = 21$$

$$a_1 \cdot q^3 + a_1 \cdot q^4 + a_1 \cdot q^5 = 168$$

$$a_1 \cdot (1 + q + q^2) = 21$$

$$a_1 q^3 \cdot (1 + q + q^2) = 168$$

$$a_1 \neq 0 \quad 1 + q + q^2 \neq 0$$

$$q^3 = \frac{168}{21} = 8$$

$$q = 2$$

$$a_1 \cdot (1 + 2 + 4) = 21$$

$$a_1 \cdot 7 = 21$$

$$a_1 = 3$$

$$3 \quad 6 \quad 12 \quad 24 \quad 48 \quad 96$$

$$Ell: 3 + 6 + 12 = 21 \quad 24 + 48 + 96 = 168$$

3. Egy számtani sorozat első három tagjának összege 108. Ha az első tagját 8-cal, a másodikat 20-szal csökkentjük, míg a harmadikat 4-gyel növeljük, akkor egy mértani sorozat első három tagjához jutunk. Határozzuk meg a mértani sorozat kvóciensét!

$$SZ.: a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad \text{összeg}=108 \Rightarrow a_2 = \frac{108}{3} = 36$$

$$SZ.: 36-d \quad 36 \quad 36+d$$

$$M.: 28-d \quad 16 \quad 40+d$$

$$16^2 = (28-d) \cdot (40+d)$$

$$256 = 1120 - 12d - d^2$$

$$d^2 + 12d - 864 = 0$$

$$d_1 = 24 \quad d_2 = -36$$

1.eset:

$$SZ.: 12 \quad 36 \quad 60 \quad d_1 = 24$$

$$M.: 4 \quad 16 \quad 64 \quad q_1 = 4$$

2.eset:

$$SZ.: 72 \quad 36 \quad 0 \quad d_1 = -36$$

$$M.: 64 \quad 16 \quad 4 \quad q_1 = \frac{1}{4}$$

Másik megoldási lehetőség:

$$SZ.: a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad \text{összeg}=108 \Rightarrow a_2 = \frac{108}{3} = 36$$

$$M.: \frac{16}{q} \quad 16 \quad 16q \quad \text{összeg: } 108 - 8 - 20 + 4 = 84$$

$$\frac{16}{q} + 16 + 16q = 84$$

$$16 + 16q + 16q^2 = 84q$$

$$16q^2 - 68q + 16 = 0$$

$$q_1 = 4$$

$$q_2 = \frac{1}{4}$$

.....

4. Egy számtani sorozat negyedik tagja 10. A sorozat második, harmadik és hatodik eleme egy mértani sorozat három szomszédos tagja. Mennyi a számtani sorozat első tagja, a sorozatra jellemző differencia és a mértani sorozat hányadosa?

$$a_4 = 10$$

$$a_2 = 10 - 2d$$

$$a_3 = 10 - d$$

$$a_6 = 10 + 2d$$

$$M.: 10-2d \quad 10-d \quad 10+2d$$

$$(10-d)^2 = (10-2d) \cdot (10+2d)$$

$$100 - 20d + d^2 = 100 - 4d^2$$

$$5d^2 - 20d = 0$$

$$5d \cdot (d-4) = 0$$

$$d_1 = 0 \quad d_2 = 4$$

1.eset:

$$SZ.: 10 \quad 10 \quad 10 \quad 10 \quad 10 \quad 10 \quad d_1 = 0$$

$$M.: \quad 10 \quad 10 \quad \quad \quad 10 \quad q_1 = 1$$

2.eset:

$$SZ.: -2 \quad 2 \quad 6 \quad 10 \quad 14 \quad 18 \quad d_2 = 4$$

$$M.: \quad 2 \quad 6 \quad \quad \quad 18 \quad q_2 = 3$$

5. Iktassunk be két számot 54 és 1458 közé úgy, hogy a négy szám együtt egy mértani sorozat egymást követő tagjai legyenek!

$$54 \quad \underline{\quad} \quad \underline{\quad} \quad 1458$$

$$1458 = 54 \cdot q^3$$

$$27 = q^3$$

$$3 = q$$

$$54 \quad 162 \quad 486 \quad 1458$$