

# NÉMETH LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

## 2005. ÁPRILIS 11.

---

1. Rajzoljuk meg egy szabályos háromszög beírt és körülírt körét. Hány százaléka a beírt kör területe a körülírt kör területének? (5 pont)
2. Két cowboy, Joe és Jack párbajoznak. Joe hívja ki párbajra Jacket, és Jack a pisztolyt választotta fegyvernemként, mivel ő ebben ügyesebb, mint Joe. Felváltva lőnek: először Joe lő, majd Jack, aztán megint Joe, majd megint Jack; egészen addig, amíg az egyik el nem találja a másikat. Joe általában 3 lövésből egyszer, míg Jack 3-ból kétszer talál. Melyikőjük az esélyesebb a győzelemre? (7 pont)
3. Két vásárhelyi iskola,  $A$  és  $B$  tanulói matematika versenyen vettek részt. Az alábbi táblázat a tanulók által elért pontszámok átlagait tartalmazza:

	$A$ iskola	$B$ iskola	$A$ és $B$ iskola együtt
Lányok	71	81	79
Fiúk	76	90	?
Lányok és fiúk együtt	74	84	

Határozzuk meg ezekből az adatokból, hogy az  $A$  és  $B$  iskolák összes fiú tanulójának mennyi a pontátlaga. (8 pont)

4. Legyenek  $a$ ,  $b$  és  $c$  tetszőleges valós számok. Igazold, hogy

$$\sqrt{a^2 + (1 - b)^2} + \sqrt{b^2 + (1 - c)^2} + \sqrt{c^2 + (1 - a)^2} \geq \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

(8 pont)

5. Keresd meg a  $\left(\frac{4}{9}, \frac{9}{20}\right)$  nyílt intervallumban a legkisebb nevezőjű törtet!

(10 pont)

6. Legyen  $n > 2$  páros egész szám.

(a) Mutasd meg, hogy az  $\underbrace{\overline{11\dots 1}}_{n \text{ db}}$  szám sohasem lehet prímszám.

(b) Mit állíthatunk a 10-estől különböző számrendszerekben? (8 pont)