

# Németh László Matematikaverseny, Hódmezővásárhely

2013. április 8.

## A 9-10. osztályosok feladatai

1. Mobil-internet szolgáltatásra szeretnénk előfizetni. Az egyik szolgáltató havi 900 forintos alapdíjért 1 GB (gigabájt) forgalmat biztosít, az 1 GB feletti forgalomért pedig megkezdett 100 kilobájtónként 150 forintot. A másik szolgáltató alapdíja 2800 forint, ebbe 2 GB forgalom tartozik, 2 GB feletti forgalom esetén pedig minden (megkezdett) 100 kilobájtért 120 forintot kell fizetni (a feladatban 1 GB = 1000 kB). Mekkora havi forgalom esetén éri meg az első, illetve második szolgáltatót választani?

(6 pont)

2. Mekkora a beírt kör sugara abban a szimmetrikus érintőtrapézban, amelynek párhuzamos oldalai 18 és 8 centiméter hosszúak? A szimmetrikus érintőtrapéz olyan speciális trapéz, amely tengelyesen szimmetrikus és van beírt köre.

(6 pont)

3. A  $p$  valós paraméter milyen értékei mellett lesz az  $x^2 - 6x + p = 0$  másodfokú egyenletnek gyöke a  $[-1, 0]$  intervallumban?

(6 pont)

4. Az ABC háromszög szögei rendre  $\alpha$ ,  $\beta$  és  $\gamma$ . Az A csúcsban érintőt szerkesztünk a háromszög köré írt körhöz. Fejezzük ki  $\alpha$ ,  $\beta$  és  $\gamma$  segítségével az érintő és a BC oldalegyenes által bezárt szöget!

(8 pont)

5. Mely  $x, y$  számjegyekre érvényes (a tízes számrendszerben) az alábbi egyenlőség:

$$3 \cdot \underbrace{\overline{x \dots x}}_{2013\text{-szor}} = \underbrace{\overline{y x \dots x}}_{2013\text{-szor}} - y$$

(A bal oldalon álló  $\overline{x \dots x}$  kifejezés olyan számot jelöl, ami 2013 jegyű és minden jegye  $x$ . A jobb oldalon álló  $\overline{y x \dots x}$  kifejezés 2014 jegyű számot jelöl, melynek az első jegye  $y$ , valamennyi további jegye pedig  $x$ )

(8 pont)

6. Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán:

$$\frac{|1-x|}{1-|x|} = \frac{1+|x|}{|1+x|}$$

(7 pont)